

Fisica Nucleare nelle stelle

Reazioni nucleari nelle stelle della sequenza principale

Dispense:

Introduzione

4.1 La catena pp

4.1.1 Formazione del deutone (NO), reazione PEP(SI)

4.1.2 Il ciclo ppI

4.1.3 i cicli pp2, pp3 e hep

4.2 La catena CNO

4.3 Emissione di neutrini - il modello standard del sole SSM

S-Factors strong

$$S_{\text{disco assorbente}} = \pi \hbar^2 / (2m) = \pi (\hbar c)^2 / (2mc^2)$$

Assumendo che $m \sim$ massa del protone

$$S_{\text{disco assorbente}} = \pi (200 \text{ MeV fm})^2 / (1000 \text{ MeV}) \sim 120 \text{ MeV fm}^2$$

$$1 \text{ b} = 1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^2 \text{ fm}^2$$

$S(E)$ si misura spesso in keV x b quindi

$$S_{\text{disco assorbente}} \sim 1200 \text{ keV x b} \quad \text{STRONG}$$

	Reazione	Q	$S(0)$
I	$d(p, \gamma)^3\text{He}$	5.494	$0.25 \cdot 10^{-3}$
II	$d(d, \gamma)^4\text{He}$	23.847	$0.03 \cdot 10^{-3}$
III	$d(d, p)^3\text{H}$	4.033	39
IV	$d(d, n)^3\text{He}$	3.269	37
V	$d(^3\text{He}, p)^4\text{He}$	18.354	6240
VI	$d(^3\text{He}, \gamma)^5\text{Li}$	16.388	0.3
VII	$d(^4\text{He}, \gamma)^6\text{Li}$	1.472	$\leq 0.03 \cdot 10^{-3}$

	Reazione	Q	$S(0)$
I	$^3\text{He}(d, \gamma)^5\text{Li}$	16.388	0.3
II	$^3\text{He}(d, p)^4\text{He}$	18.354	6240
III	$^3\text{He}(^3\text{He}, \gamma)^6\text{Be}$	11.497	0.8
IV	$^3\text{He}(^3\text{He}, 2p)^4\text{He}$	12.860	5500
V	$^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}$	11.497	0.8

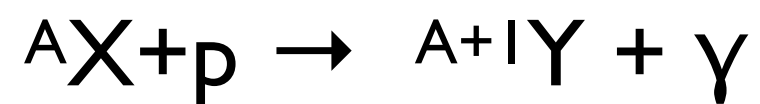
Tabella 4.1: Reazioni di combustione del deuterio. Tabella 4.2: Reazioni di combustione di ^3He .

$S(E)$ in keV x b e Q in MeV

S-Factors em

	Reazione	Q	$S(0)$
I	${}^3\text{He}(d, \gamma){}^5\text{Li}$	16.388	0.3
II	${}^3\text{He}(d, p){}^4\text{He}$	18.354	6240
III	${}^3\text{He}({}^3\text{He}, \gamma){}^6\text{Be}$	11.497	0.8
IV	${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p){}^4\text{He}$	12.860	5500
V	${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$	11.497	0.8

EM
STRONG
EM
STRONG
EM



CATTURE RADIATIVE
coadiuvate da risonanze

$$S_{\text{EM}} = S_{\text{STRONG}} \alpha_{\text{EM}} \sim I \text{ keV} \times b$$

Se transizioni em all'ordine successivo $S_{\text{EM}} \sim 0.001 \text{ keV} \times b$
Vedi combustione del deuterio nella slide precedente

$\sigma(E)$ e $S(E)$ weak (pp)

$$p+p \rightarrow d+e^++\nu_e$$

$$\sigma = t_n^{-1} V_d / v_d = t_n^{-1} V_d / \sqrt{2E/m_r} = c^{-1} t_n^{-1} V_d / \sqrt{2E/m_r c^2}$$

dove $V_d = (4.3 \text{ fm})^3$ è il volume occupato dal deutone

per $E_0 = 5.9 \text{ keV}$ sul picco di Gamow otteniamo

$$\sigma = 0.33 * 10^{-23} / \text{fm} * \text{s} / (14 * 60 \text{ s}) (4.3 \text{ fm})^3 / \sqrt{2 * 5.9 \text{ keV} / 5000000 \text{ keV}}$$
$$= 0.33 * 10^{-23} / (14 * 60) * 4.3^3 * 10^3 \sqrt{0.5/2/5.9} \text{ fm}^2 \sim 6 * 10^{-23} \text{ fm}^2$$

valore corretto $\sigma_{pp} = 10^{-21} \text{ fm}^2$ ad energie del centro del sole
essendo $1b = 100 \text{ fm}^2$

$$S(E_0)_{pp} = \sigma_{pp}(E_0) E_0 \sim 6 * 10^{-23} b * \text{keV} \quad \text{WEAK}$$

Barriera coloumbiana

La barriera coloumbiana è data da $e^{-(E_G/E)^{1/2}}$

dove $E_G = B^2 = 2mc^2[\pi\alpha_{em}Z_1Z_2]^2$ da l'ordine di grandezza dell'energia in gioco per superarla.

cresce linearmente con la massa ridotta e quadraticamente con il prodotto delle cariche dei nuclei.

Quindi ci aspettiamo grosse variazioni nella sezione d'urto al variare delle cariche dei nuclei che interagiscono.

$$pp \rightarrow E_G = 493 \text{ keV} = 0.493 \text{ MeV}$$

$$\alpha\alpha \rightarrow E_G = 4 \times 2^2 \times 2^2 \times 0.493 \text{ MeV} \sim 32 \text{ MeV}$$

$$\alpha^{12}\text{C} \rightarrow E_G = 3 \times 2^2 \times 6^2 \times 0.493 \text{ MeV} \sim 216 \text{ MeV}$$

$$^{16}\text{O}^{16}\text{O} \rightarrow E_G = 16 \times 8^2 \times 8^2 \times 0.493 \text{ MeV} \sim 13000 \text{ MeV}$$

Approssimazione gaussiana del picco di Gamow

$$B = E_G^{1/2}$$

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{k_B T} \right)^{3/2} S(E_0) \int_0^\infty \exp \left[-\frac{E}{k_B T} - \frac{B}{E^{1/2}} \right] dE$$

$$f(E) = \frac{E}{kT} + \frac{E_G^{1/2}}{E^{1/2}}$$

$$f(E) = f(E_0) + \frac{d^2 f}{dE^2} \Big|_{E_0} \frac{(E - E_0)^2}{2}$$

$$\frac{df}{dE} = \frac{1}{kT} - \frac{1}{2} \frac{E_G^{1/2}}{E^{3/2}} = 0$$

$$E_0 = \left(\frac{E_G (kT)^2}{4} \right)^{1/3}, \quad f(E_0) = 3 \left(\frac{E_G}{4kT} \right)^{1/3}$$

$$\frac{d^2 f}{dE^2} \Big|_{E_0} = \frac{3}{2^{1/3}} E_G^{-1/3} (kT)^{-5/3}$$

$$\Delta_E = \frac{2^{1/6}}{3^{1/2}} E_G^{1/6} (kT)^{5/6}$$

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{S(E_0)}{(kT)^{3/2}} \exp \left[-3 \left(\frac{E_G}{4kT} \right)^{1/3} \right] (2\pi)^{1/2} \Delta_E$$

$$E_G = \frac{4E_0^3}{(kT)^2} \quad \Delta_E = \sqrt{\frac{2}{3}E_0 kT} \quad f(E_0) = 3\frac{E_0}{kT}$$

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{S(E_0)}{(kT)^{\frac{3}{2}}} e^{-3E_0 kT} \left(\frac{2}{3}E_0 kT\right)^{\frac{1}{2}} 2\pi$$

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{8}{(3m)^{\frac{1}{2}}} \frac{S(E_0)E_0}{kT} e^{-\frac{3E_0}{kT}}$$

Posizione ed altezza del picco di Gamow

$$E_0 = \left(\frac{E_G (kT)^2}{4} \right)^{1/3}$$

$$I = \left(\frac{8}{\pi m_r} \right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \exp \left[-3 \left(\frac{E_G}{4kT} \right)^{1/3} \right] (2\pi)^{1/2} \Delta_E$$

	$p + p$		$p + {}^{14}\text{N}$		$\alpha + {}^{12}\text{C}$		${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O}$	
T	E_0	I	E_0	I	E_0	I	E_0	I
1	0.98	$4.14 \cdot 10^{-21}$	4.37	$3.92 \cdot 10^{-137}$	9.25	-	3.915	-
15	5.91	$4.31 \cdot 10^{-9}$	26.61	$3.88 \cdot 10^{-40}$	56.26	$2.07 \cdot 10^{-109}$	238.16	-
30	9.37	$1.61 \cdot 10^{-7}$	42.24	$5.97 \cdot 10^{-30}$	89.31	$4.05 \cdot 10^{-79}$	378.05	-
1000	97.10	$7.01 \cdot 10^{-3}$	437.49	$5.62 \cdot 10^{-8}$	925.01	$3.98 \cdot 10^{-17}$	3915.62	$2.10 \cdot 10^{-114}$

Tabella 3.1: Valore dell'energia E_0 del massimo, Eq. (3.54) e dell'integrale I , Eq. (3.55), in funzione della temperatura. Le temperature sono espresse in unità di 10^6 K, le energie in MeV, I in MeV^{-2} . Non sono indicati valori inferiori a 10^{-250} .

Rate pp nel sole

$$R = \frac{n_p n_p}{2} \langle \sigma v \rangle \quad R_{\text{TOT}} = R V_{pp} = V_{pp} \frac{n_p n_p}{2} \langle \sigma v \rangle = \frac{N_p N_p}{2 V_{pp}} \langle \sigma v \rangle$$

Assumiamo raggio coinvolto nella fusione $R_{pp} = R_{\odot}/4$

E volume coinvolto nella fusione $V_{pp} = 2.2 * 10^{25} \text{m}^3$

La densità media del numero di protoni nel centro può essere determinata dalla densità media del nucleo del sole

$$n_p = \langle \rho_{\odot} \rangle / m_p = 10^5 * \text{kg/m}^3 / 1.7 * 10^{-27} \text{kg} \sim 6.2 * 10^{31} / \text{m}^3$$

$$\text{I protoni di fusione sono } N_p = 6.2 * 10^{31} * 2.2 * 10^{25} = 1.36 * 10^{57}$$

$$R_{\text{TOT}} = \frac{N_p N_p}{2 V_{pp}} \langle \sigma v \rangle = 0.4 * 10^{89} \text{ m}^{-3} \langle \sigma v \rangle$$

$E_G = 493 \text{ keV}$ barriera coulombiana

$E_0 = 5.9 \text{ keV}$ picco di Gamow

$\Delta_E = 2.38 \text{ keV}$ larghezza picco di Gamow

$kT = 1.25 \text{ keV}$ temperatura

$\times c$

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{S(E_0)}{(kT)^{3/2}} \exp \left[-3 \left(\frac{E_G}{4kT} \right)^{1/3} \right] (2\pi)^{1/2} \Delta_E$$

$\times c^2$

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &= 0.33 * 10^{23} \text{ fm/s} (8/3.14/500000 \text{ keV})^{1/2} (1/1.25 \text{ keV})^{3/2} 6 * 10^{-21} \text{ fm}^2 \text{ keV} \\ &\exp[-3(493 \text{ keV}/4/1.25 \text{ keV})^{1/3}] (2*3.14)^{1/2} 2.4 \text{ keV} = \\ &0.33 * 10^{23} \text{ fm}^3/\text{s} 10^{-3} (8/3.14/0.5)^{1/2} / 1.25^{3/2} 6 * 10^{-21} \exp[-13.8] \\ &(2*3.14)^{1/2} 2.4 = 1.9 * 10^{-6} \text{ fm}^3/\text{s} \end{aligned}$$

$$R_{\text{TOT}} = 0.4 * 10^{44} \text{ fm}^{-3} 1.9 * 10^{-6} \text{ fm}^3/\text{s} \sim 7.6 * 10^{37}/\text{s}$$

$$R_{\text{TOT}} \sim 7.6 * 10^{37} / \text{s}$$

La fusione $4p \rightarrow \text{He} + 2e^+ + 2\nu_e$ libera 26.76 MeV, però ci vogliono due $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ quindi ad una pp corrisponde la metà.

$$\begin{aligned} L_{\odot} &= R_{\text{TOT}} * 26.76 \text{ MeV} / 2 = 7.6 * 10^{37} * 13.38 * 1.6 * 10^{-13} \text{ J/s} \\ &= 1.6 * 10^{26} \text{ J/s} \end{aligned}$$

da confrontare con quello misurato $L_{\odot} = 3.86 * 10^{26} \text{ J/s}$

Dipendenza T^ν del rate di fusione

Il picco di Gamow prevede una dipendenza del rate dalla temperatura con una legge di potenza $\langle \sigma v \rangle = \text{cost} \times T^\nu$

$$\nu = \frac{d \langle \sigma v \rangle}{d \ln T}$$

$$\frac{d \langle \sigma v \rangle}{d \ln T} = -\frac{2}{3} + \left(\frac{E_G}{4kT} \right)^{1/3}$$

$$\nu = -\frac{2}{3} + \left(\frac{E_G}{4kT} \right)^{1/3}$$

$$\nu = -\frac{2}{3} + \frac{E_0}{kT} \quad \begin{array}{l} \text{rapporto tra picco} \\ \text{di Gamow ed} \\ \text{energia termica} \end{array}$$

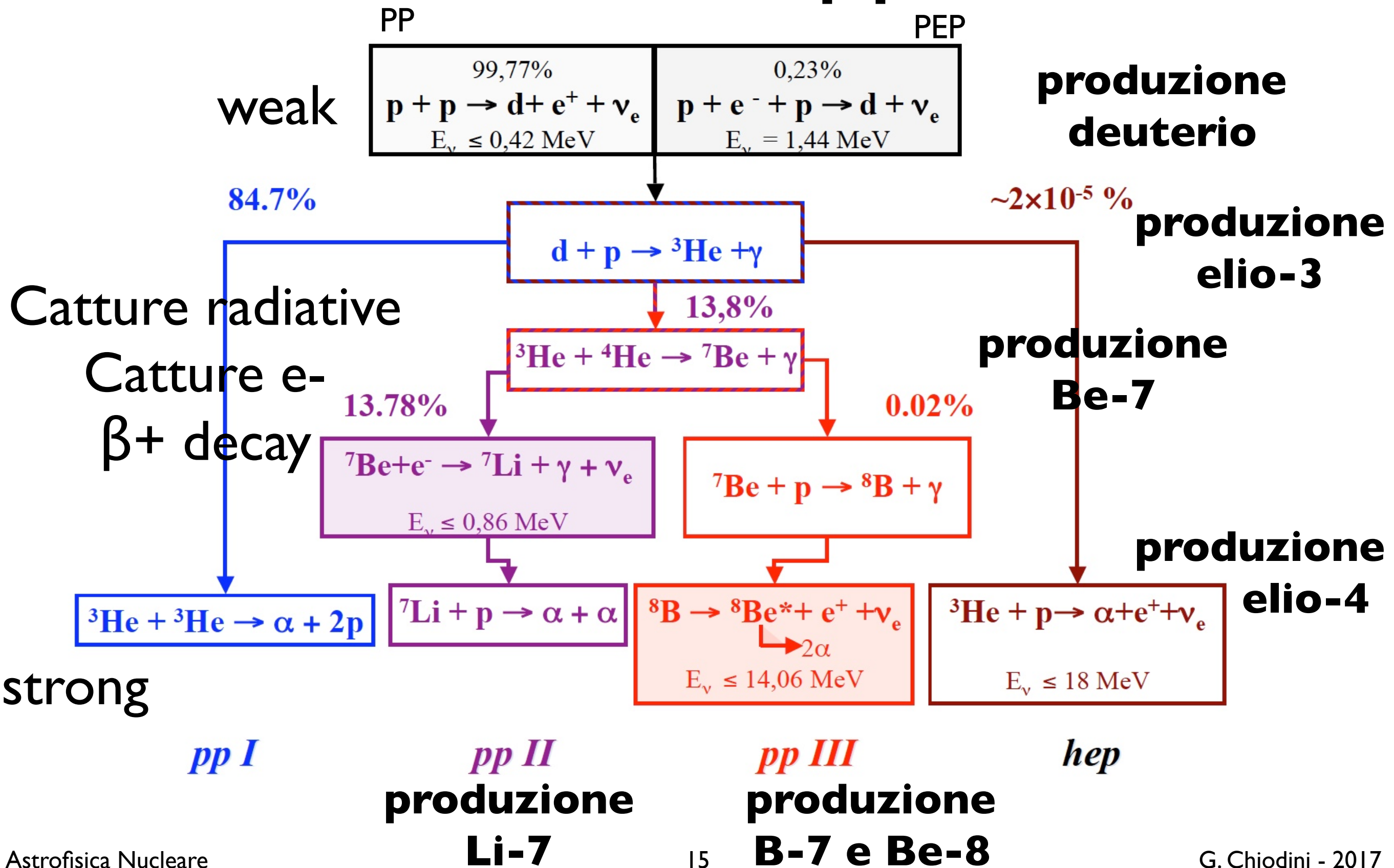
- bottle-neck pp nel sole $E_G=493\text{keV}$, $kT=1.25\text{keV}$ $\nu \sim 4$
- bottle-neck ${}^{14}\text{N}+p$ nel sole $E_G=45\text{MeV}$, $kT=2\text{keV}$ $\nu \sim 18$
- Helium burning nelle Giganti Rosse $\nu \sim 40$ a $kT=8\text{keV}$ ($T=100\text{M}^\circ\text{K}$)

$$\text{dove } E_G = B^2 = 2mc^2 [\pi \alpha_{\text{em}} Z_1 Z_2]^2$$

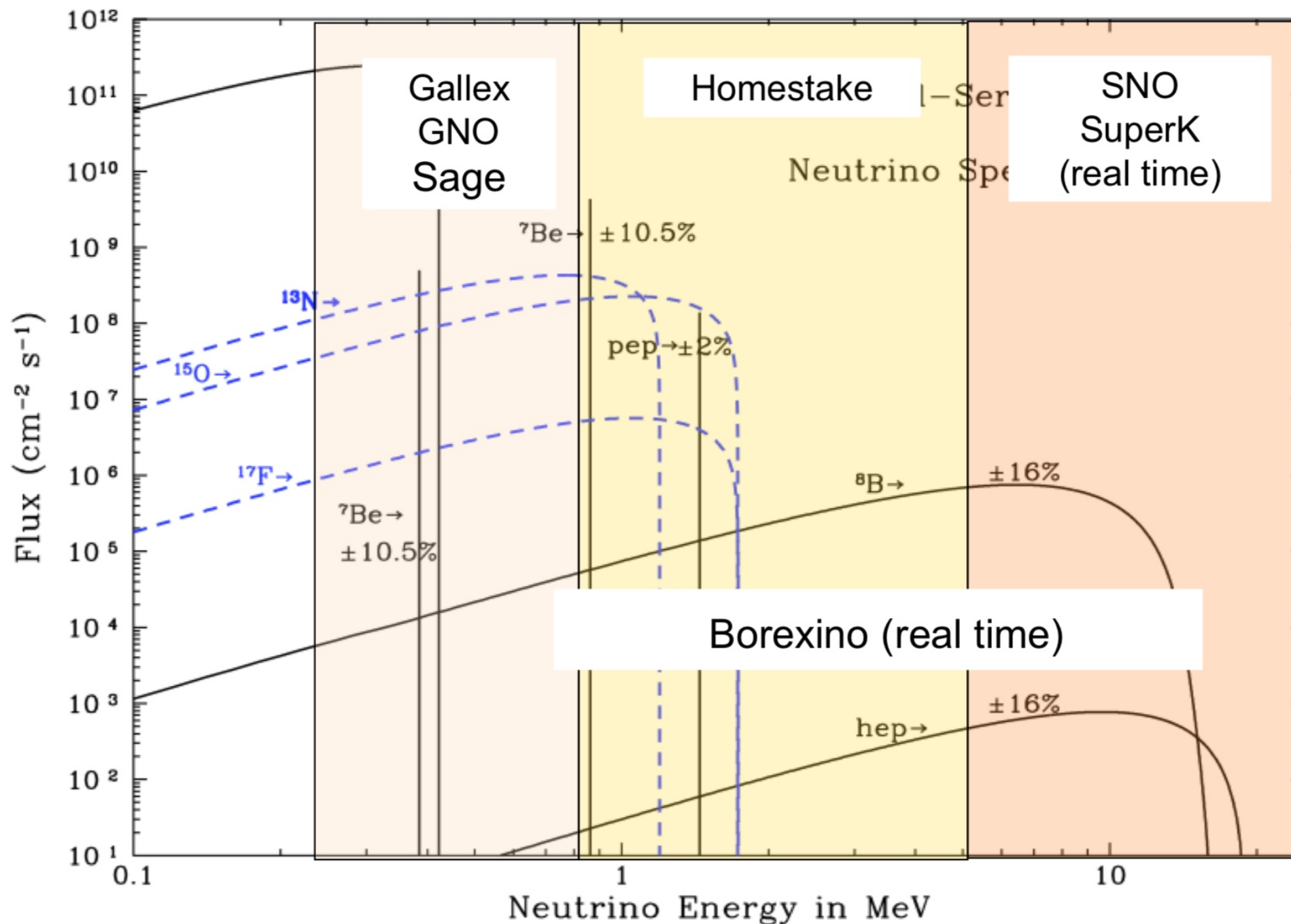
Punti salienti

- La velocità delle reazioni termonucleari è determinata dalle collisioni con energia vicino a E_0 . Questa è la regione che occorre studiare in laboratorio.
- La velocità delle reazioni termonucleari dipende fortemente dalla temperatura principalmente tramite un termine esponenziale T^ν e poco da S .
- ν dipende lentamente dalla temperatura ma fortemente dalla carica dei nuclei ed in modo significativo dalla massa dei nuclei. Quindi ν è caratteristico della reazione.
- una stella non brucia un determinato elemento finché non ha raggiunto una temperatura di innesco
- misurare le velocità di reazione in una stella (ad esempio misurando il flusso di neutrini emessi) significa misurare la temperatura della stella nella zona di reazione.

Catene pp



Rivelazione neutrini dal sole



SNO
correnti cariche
 $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$
correnti neutre
 $\nu_{\text{lep}} + d \rightarrow p + n + \nu_{\text{lep}}$
soglia 5 MeV

Radiochimici: Homestake ${}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar}$ soglia 0.81 MeV
Gallex ${}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge}$ soglia 0.23 MeV

Reazioni nucleari nelle stelle giganti rosse

Dispense:

5 Introduzione

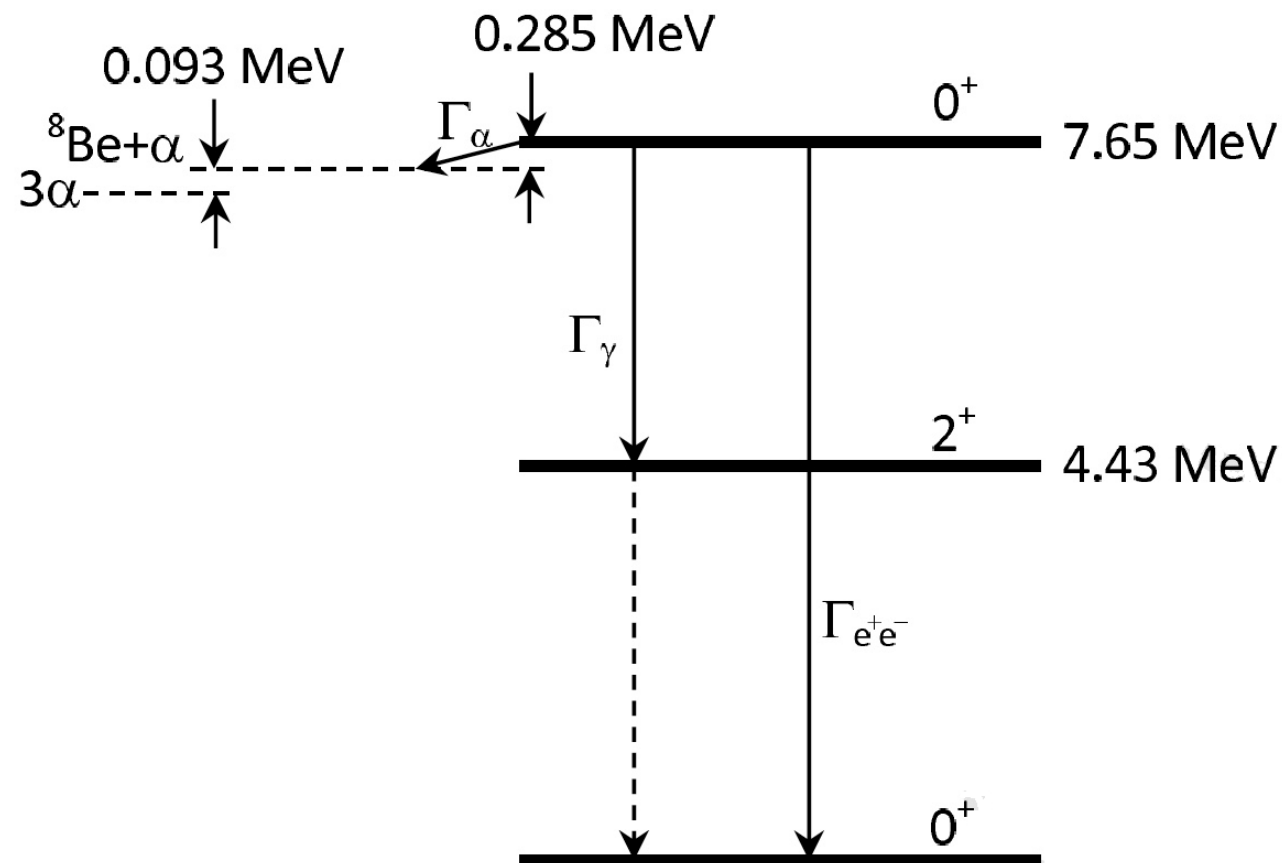
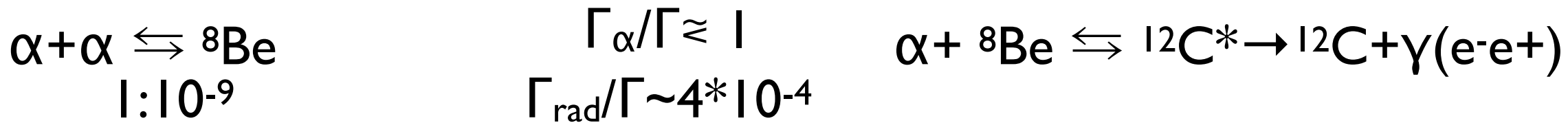
5.1 Combustione dell' ^4He (gap di massa, risonanza di Hoyle)

5.2 Sopravvivenza del ^{12}C nelle giganti rosse

9.2 Nucleosintesi da combustione stellare (Fino ad eq. 9.32)

core di elio ha minore pressione $P=n_{\text{H}}kT \rightarrow P=n_{\text{He}}kT=1/4n_{\text{H}}kT$
quindi si contrae aumentando densità (10^6kg/m^3) e riscaldandosi ($T=10^8\text{K}$)
ciò porta al helium-flash: $R(3^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}+2\gamma) \propto n_{\text{He}}^3 T^{40}$

Helium burning: triple- α



Equilibrio 3α - R_{Hoyle} e
leakage radiativo in ${}^{12}\text{C}$

$$\langle \sigma v \rangle \propto \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_{\text{rad}}}{\Gamma} \exp(-E_R / k_B T)$$

$\text{Be} \rightarrow 2\alpha: 2Q=93\text{keV} \quad \tau_{\text{Be}}=10^{-16}\text{s} \quad \Gamma_{\text{Be}}=5.6\text{eV}$

Gamow peak and width at $T=10^8\text{K}$: $E_0=85\text{keV} \quad \Delta_E=60\text{keV}$

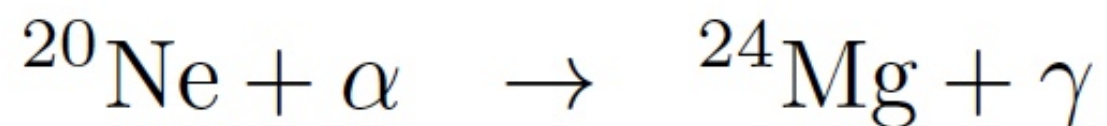
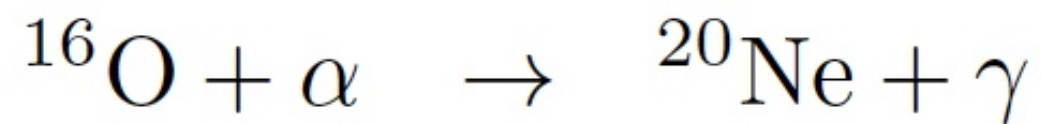
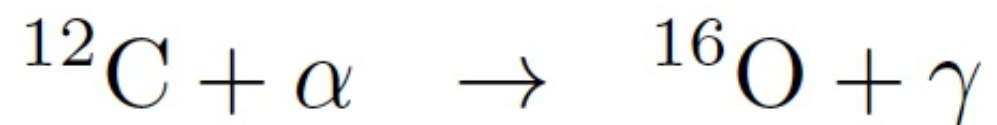
Gamow peak at $T=2.5 \times 10^8\text{K}$ is $E_0=285\text{keV}$ (triple- α)

Carbon burning e sorgente di neutroni in GR

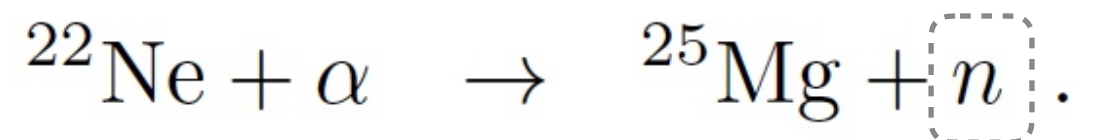
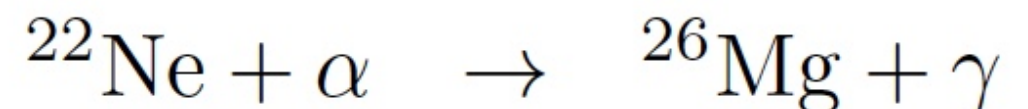
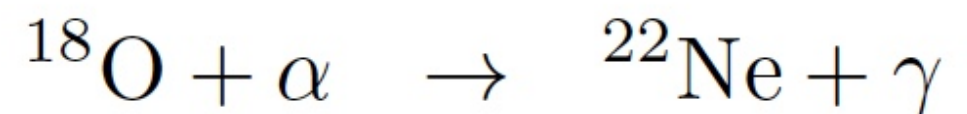
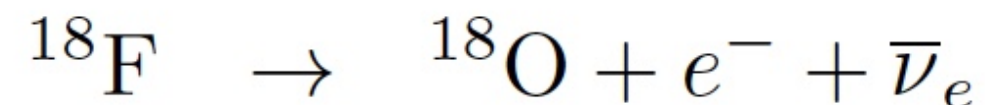
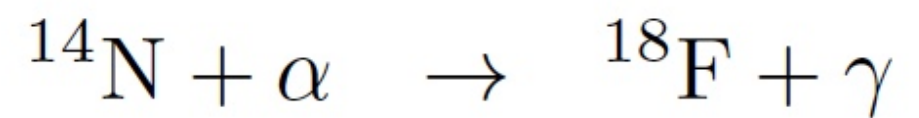
Nel core della GR la cattura radiativa alfa diventa importante

C/O=0.6 (carbon survival)

Pochissime concentrazioni di Ne e Mg



^{14}N del ciclo CNO può catturare alfa in sequenza e generare neutroni



Nane bianche

Dispense:

Introduzione

6.1 Gas di Fermi (pressione gas degenerare non-relativistico e relativistico)

6.2 Politropi

6.3 Limite della massa di Chandrasekhar

Nane bianche e stelle a neutroni

Tecnicamente non sono stelle ma oggetti stellari (non bruciano combustibile nucleare e si raffreddano continuamente cercando di portarsi all'equilibrio con lo spazio circostante)

Nane bianche sono un gas degenere di fermioni poco interagenti

$$E_F \gg kT \gg e^2/R$$

Stelle a neutroni sono un gas degenere di fermioni interagenti

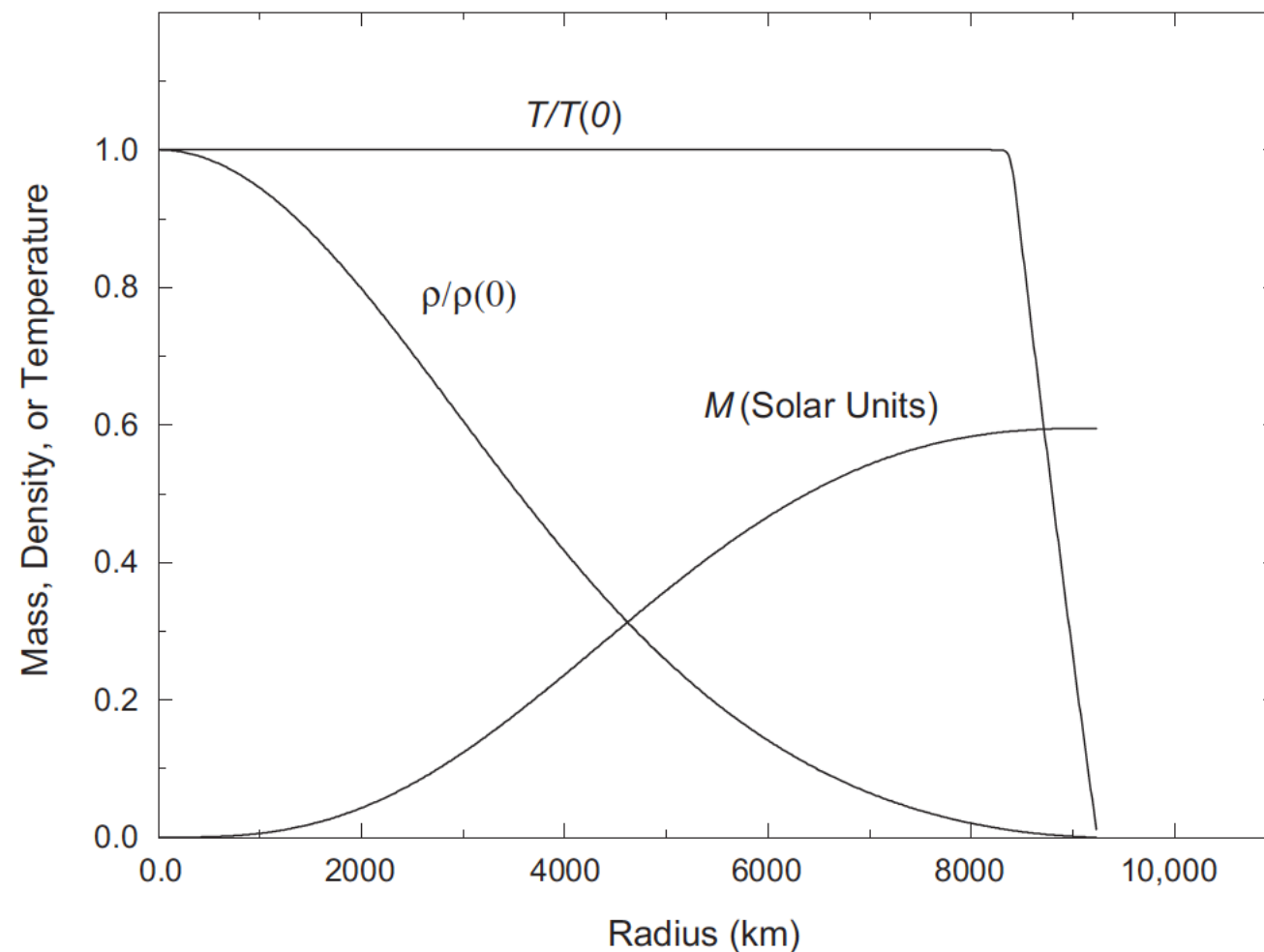
$$E_F \gg kT, \quad a_V \sim kT$$

Nane bianche

Proprietà meccaniche $\rightarrow$ gas degenerare disaccoppiate da proprietà termiche $\rightarrow$ nuclei

Libero cammino medio $\gg$ fotoni $\rightarrow$ nana bianca isoterma $\rightarrow$ trasporto calore gas degenerare elevatissimo

$M \sim$ del sole e $R \sim$ della Terra



Pressione gas degenere

$$p = -\frac{\partial E}{\partial V} \quad E = \text{energia cinetica totale del sistema}$$

$$E = \sum_{\underline{k}, s} e_{\underline{k}, s} = 2 \sum_{\underline{k}} e_{\underline{k}} = 2V / (2\pi)^3 \int_{|\underline{k}| < k_F} d^3k e_{\underline{k}} =$$

$$E = 2V (2\pi)^{-3} 4\pi \int_0^{k_F} dk k^2 e_{\underline{k}} = V \pi^{-2} \int_0^{k_F} dk k^2 e_{\underline{k}}$$

$$e_{\underline{k}} = e - mc^2 = [p^2 c^2 + mc^2]^{1/2} - mc^2 = mc^2 \{ [p^2 c^2 + mc^2]^{1/2} - 1 \} =$$

$$e_{\underline{k}} = mc^2 \{ [1 + x^2]^{1/2} - 1 \} \quad \text{dove } x = pc / mc^2$$

$$\text{NON RELATIVISTICO } x \ll 1 \quad e_{\underline{k}} = mc^2 x^2 / 2 = p^2 / 2m = (\hbar k)^2 / 2m$$

$$\text{RELATIVISTICO } x \gg 1 \quad e_{\underline{k}} = mc^2 x = \hbar k c$$

NON RELATIVISTICO

$$E = V \pi^{-2} \int_0^{k_F} dk k^2 e_{\underline{k}} = V \pi^{-2} \hbar^2 / 2m \int_0^{k_F} dk k^4$$

$$E = V \pi^{-2} \hbar^2 k_F^5 / 10m = V \pi^{-2} (\hbar c)^2 / (10mc^2) k_F^5$$

$$E = V \pi^{-2} (\hbar c)^2 / (10mc^2) (3\pi^2 n)^{5/3} \sim V^{1-5/3} = V^{-2/3}$$

$$E/V \sim n^{5/3} \qquad E = V^{-2/3} \pi^{-2} (\hbar c)^2 / (10mc^2) (3\pi^2 N)^{5/3}$$

$$p = - \frac{\partial E}{\partial V} = 2/3 V^{-5/3} \pi^{-2} (\hbar c)^2 / (10mc^2) (3\pi^2 N)^{5/3}$$

$$p = 2/3 V^{-5/3} \pi^{-2} (\hbar c)^2 / (10mc^2) (3\pi^2 N)^{5/3} = \pi^{-2} (\hbar c)^2 / (15mc^2) (3\pi^2 n)^{5/3}$$

$$p \sim E/V \sim n^{5/3}$$

RELATIVISTICO

$$E = V \pi^{-2} \int_0^{k_F} dk k^2 e_{\underline{k}} = V \pi^{-2} \hbar c \int_0^{k_F} dk k^3$$

$$E = V \pi^{-2} \hbar c k_F^4 / 4 = V / 4 \pi^{-2} \hbar c (3 \pi^2 n)^{4/3} \sim V^{1-4/3} = V^{-1/3}$$

$$E/V \sim n^{-4/3} \quad E = V^{-1/3} / 4 \pi^{-2} \hbar c (3 \pi^2 N)^{4/3}$$

$$p = - \frac{\partial E}{\partial V} = 1/12 V^{-4/3} \pi^{-2} \hbar c (3 \pi^2 N)^{4/3}$$

$$p = 1/12 \pi^{-2} \hbar c (3 \pi^2 n)^{4/3}$$

$$p \sim E/V \sim n^{4/3}$$

$$p^{\text{NR}} = (\hbar c)^2 / (m c^2) / (15 \pi^2) (3 \pi^2 n)^{5/3} \quad \text{dipende da } 1/m$$

$$p^{\text{REL}} = \hbar c / (12 \pi^2) (3 \pi^2 n)^{4/3} \quad \text{non dipende da } m$$

Limite massa di Chandrasekhar

Energia = Energia cinetica e^- + Energia gravitazionale ioni

NON RELATIVISTICO $E = aM^{5/2}/R^2 - bM^2/R$

minimo $dE/dR=0$ a $MR^3=\text{costante}$

più grande è M più piccolo è R ,

- più grande è gravità più denso deve essere il gas degenerare per esercitare maggiore pressione per il principio di esclusione
- materia non relativistica stabile rispetto a gravità

RELATIVISTICO $E = cM^{4/3}/R - dM^2/R$

no minimo $dE/dR=0$ e M non dipende da R

minimo a $MR^3=\text{costante}$, più grande è M più piccolo è R ,

- per $M > M_{\text{chandrasekhar}}$ $E < 0$ e sistema tende a $R=0$
- materia non relativistica instabile rispetto a gravità

Dalla equazione di Lane-Emden

$$R \sim a \sim \rho_c^{(1-n)/2n} \quad M \sim a^3 \rho_c \quad M \sim \rho_c^{3(1-n)/2n+1} \sim \rho_c^{(3-3n+2n)/2n} \sim \rho_c^{(3-n)/2n}$$

NON RELATIVISTICO $n=3/2$

$$R \sim \rho_c^{-1/6} \quad M \sim \rho_c^{1/2} \sim R^{-3} \quad \text{cost} = MR^3$$

$M < M_{\text{chandra}}$ e trova sempre equilibrio

RELATIVISTICO $n=3$ $R \sim \rho_c^{-1/3}$ $M \sim \rho_c^0 \sim R^0$

$M = M_{\text{chandra}} \rightarrow p_{\text{elettroni}} = p_{\text{gravità}}$

$M < M_{\text{chandra}} \rightarrow p_{\text{elettroni}} > p_{\text{gravità}}$ stella si espande e si raffredda diventando non-relativistica e trova equilibrio

$M > M_{\text{chandra}} \rightarrow p_{\text{gravità}} > p_{\text{elettroni}}$ non trova equilibrio e deve espellere materia fino a $M = M_{\text{chandra}}$

Calcolo preciso Mchandra

$$M_{\text{Nana Bianca}} = -4\pi \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G_N} \right]^{3/2} \rho_c^{(3-n)/2n} \xi_R^2 \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_R}$$

$$\rho = n_A m_p = A/Z n_e m_p = Y_e^{-1} n_e m_p \approx 2 n_e m_p \quad n_e = \rho / (2 m_p)$$

$$p^{\text{REL}} = \hbar c / (12\pi^2) (3\pi^2 n)^{4/3} = \hbar c / (2 m_p)^{4/3} / (12\pi^2) (3\pi^2 \rho)^{4/3}$$

$$\text{politropo } p = K \rho^{1+1/n}: n=3, K = \hbar c / m_p^{4/3} / (12\pi^2) (3/2\pi^2)^{4/3}$$

$$M^{\text{Chandra}} = 4\pi [\hbar c / (m_p^{4/3} G)]^{3/2} [4(3/2\pi^2)^{4/3} / (12\pi^2 4\pi)]^{3/2} 2.018$$

$$M^{\text{Chandra}} = (\hbar c / G)^{3/2} / m_p^2 \cdot 25.359 [(3/2\pi^2)^{4/3} / (12\pi^3)]^{3/2}$$

$$M^{\text{Chandra}} = (\hbar c / G)^{3/2} / m_p^2 \cdot 25.359 (3/2\pi^2)^2 / (12\pi^3)^{3/2}$$

$$M^{\text{Chandra}} = (\hbar c / G)^{3/2} / m_p^2 \cdot 25.359 \cdot 219.17 / 7177.055$$

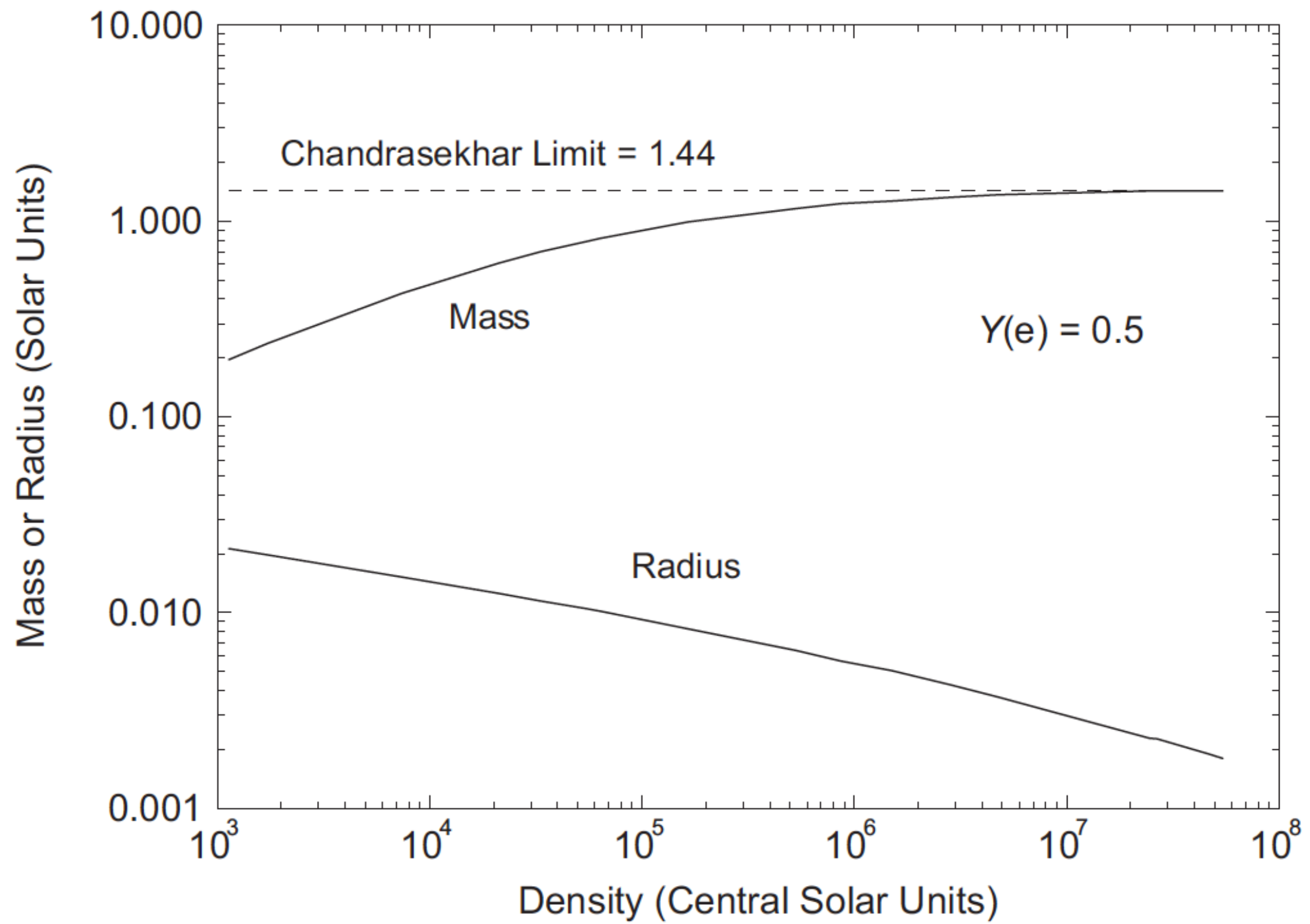
$$M^{\text{Chandra}} = (\hbar c / G)^{3/2} / m_p^2 \cdot 0.7744 \quad m_p = 1.6726 \text{E-}27 \text{kg}$$

$$M_{\text{Planck}} = (\hbar c / G)^{1/2} = 2.17651 \text{E-}8 \text{ kg} = 1.2209 \text{E}19 \text{GeV}/c^2$$

$$M^{\text{Chandra}} = M_{\text{Planck}}^3 / m_p^2 \cdot 0.7744 = 2.854 \text{E-}30 \text{kg} = 1.435$$

La massa di Chandra dipende dalla massa di Planck.

La massa di Planck lega la gravità alla meccanica quantistica



Reazioni nucleari nelle stelle massive - nucleosintesi $A \leq 60$

Dispense:

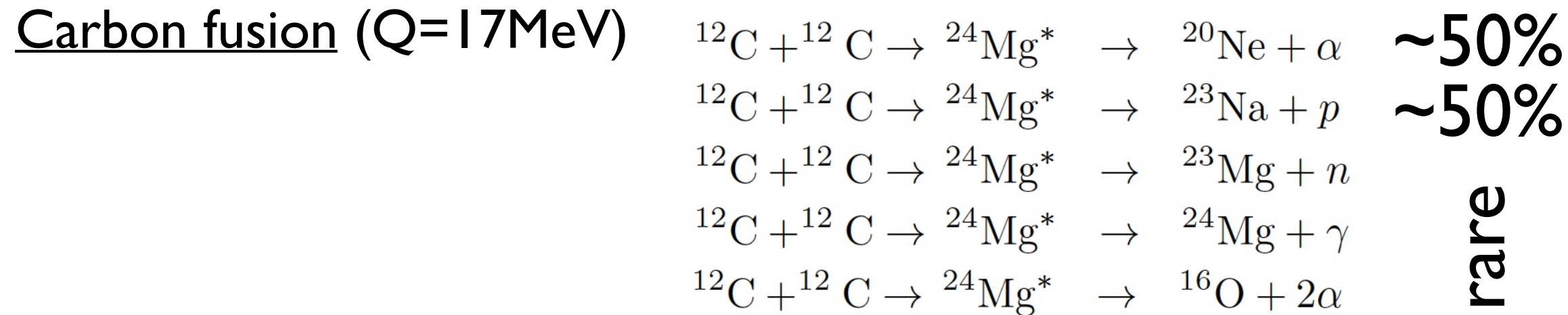
7.1 Presupernova

7.2 Innesco del collasso

9.2 Nucleosintesi da combustione stellare

Fusione ^{12}C e ^{16}O

Se dopo l'espulsione di massa rimane $M > M_{\text{chandra}}$ $T \sim 10^9 \text{K}$ e $\rho \sim 10^8 \text{kg/m}^3$



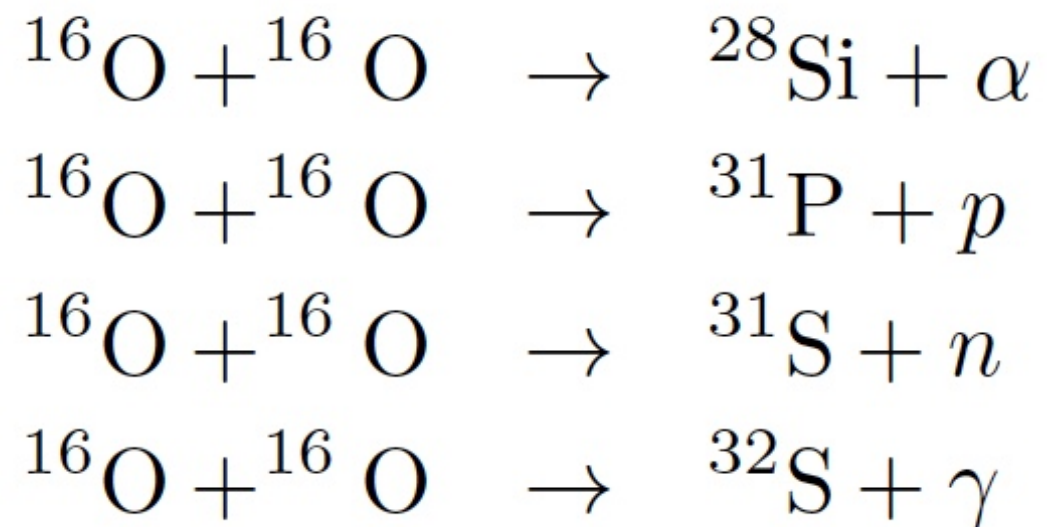
Cattura p e alfa produce in ordine di abbondanza ^{24}Mg , ^{25}Mg , ^{26}Mg , ^{27}Al , ^{28}Si

^{12}C finisce, stella si contrae e T sale: si accumula ^{20}Ne e Mg mentre ^{16}O c'è già

$T > 10^9 \text{K}$ fotodisintegrazione

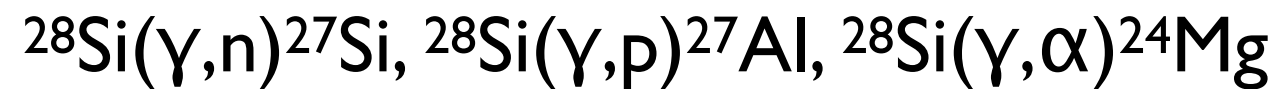
e cattura alfa del Ne: core di O e Mg $\gamma + ^{20}\text{Ne} \rightarrow ^{16}\text{O} + \alpha$

$T = 1.5\text{-}2 \times 10^9 \text{K}$ fusione di O e
 produzione abbondante di ^{28}Si e
 significativa di S ed in misura minore
 anche di Ca , Ar , K , Cl e Sc .

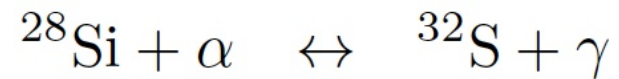


Equilibrio Statistico Nucleare (ESN)

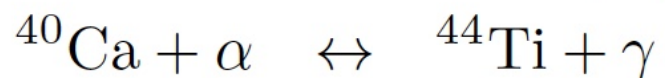
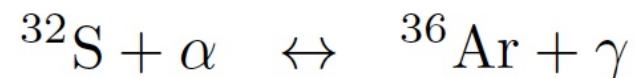
^{28}Si fonde a $T = 3.5 \cdot 10^9 \text{K}$ ma prima avviene la sua fotodisintegrazione:



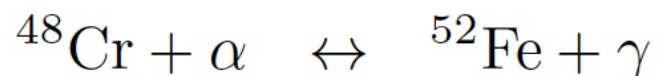
che libera n , p ed α e quindi avvengono pure: i processi inversi di cattura radiativa, le reazioni nucleari (n, α) , (p, α) , (n, p) e le reazioni nucleari inverse.



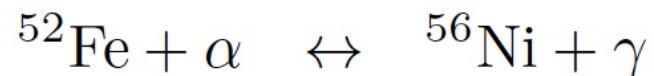
Esempio di cattura radiativa in equilibrio con la fotodisintegrazione



fotodisintegrazione del ^{28}Si è la bottle-neck



a $T = 2 \cdot 10^9 \text{K}$



la fotodisintegrazione è importantissima

Tutte queste reazioni e reazioni inverse portano il core della stella ad un Equilibrio Statistico Nucleare (ESN) in cui i nuclei con energia di legame per nucleone $B(A, Z)/A$ più alta hanno una concentrazione più alta (picco del ferro ^{56}Fe).

Neutrini pre-supernova e supernova

URCA

pair-production
(molto efficienti)

Processes		Formulae
Beta	$\beta^\pm$ decay	$A(N, Z) \rightarrow A(N - 1, Z + 1) + e^- + \nu_e$ $A(N, Z) \rightarrow A(N + 1, Z - 1) + e^+ + \bar{\nu}_e$
	e^+/e^- capture	$A(N, Z) + e^- \rightarrow A(N + 1, Z - 1) + \nu_e$ $A(N, Z) + e^+ \rightarrow A(N - 1, Z + 1) + \bar{\nu}_e$
Thermal	plasma	$\gamma^* \rightarrow \nu_\alpha + \bar{\nu}_\alpha$
	photoneutrino	$e^\pm + \gamma \rightarrow e^\pm + \nu_\alpha + \bar{\nu}_\alpha$
	pair	$e^+ + e^- \rightarrow \nu_\alpha + \bar{\nu}_\alpha$

- Portano via energia al core di Ferro accelerando il collasso
- Rivitalizzano l'onda d'urto dopo il rimbalzo sul core incompressibile

Supernovae

Dispense:

Introduzione capitolo 7

7.3 Intrappolamento dei neutrini

7.4 Collasso omologo ed onda d'urto

7.5 Raffreddamento

Pre supernova shells

Raggio shell di H	$2.3 \cdot 10^7$ km
Raggio shell di He	$5 \cdot 10^5$ km
Raggio shell di C, O, Ne	$3.6 \cdot 10^4$ km
Raggio shell di Si	$4 \cdot 10^3$ km
Raggio shell di Fe	850 km
Core in collasso (omologo)	50 km

$$R_{\text{Core in collasso}} = [3/(4\pi\rho)M^{\text{Chandra}}]^{1/3} \sim 88\text{km}$$

per $\rho = 10^{15}\text{kg/m}^3$ (opaco ai neutrini)

$$\sigma(\nu + {}^AX) \sim 10^{-44} \text{cm}^2 A^2 (E/1\text{MeV})^2$$

Scattering coerente
neutrini su nuclei

$$\sigma(\nu + e) \sim 1/9 \sigma(\nu + p)$$

Scattering coerente
neutrini su elettroni

Rimbalzo

Materia cade verso il centro.

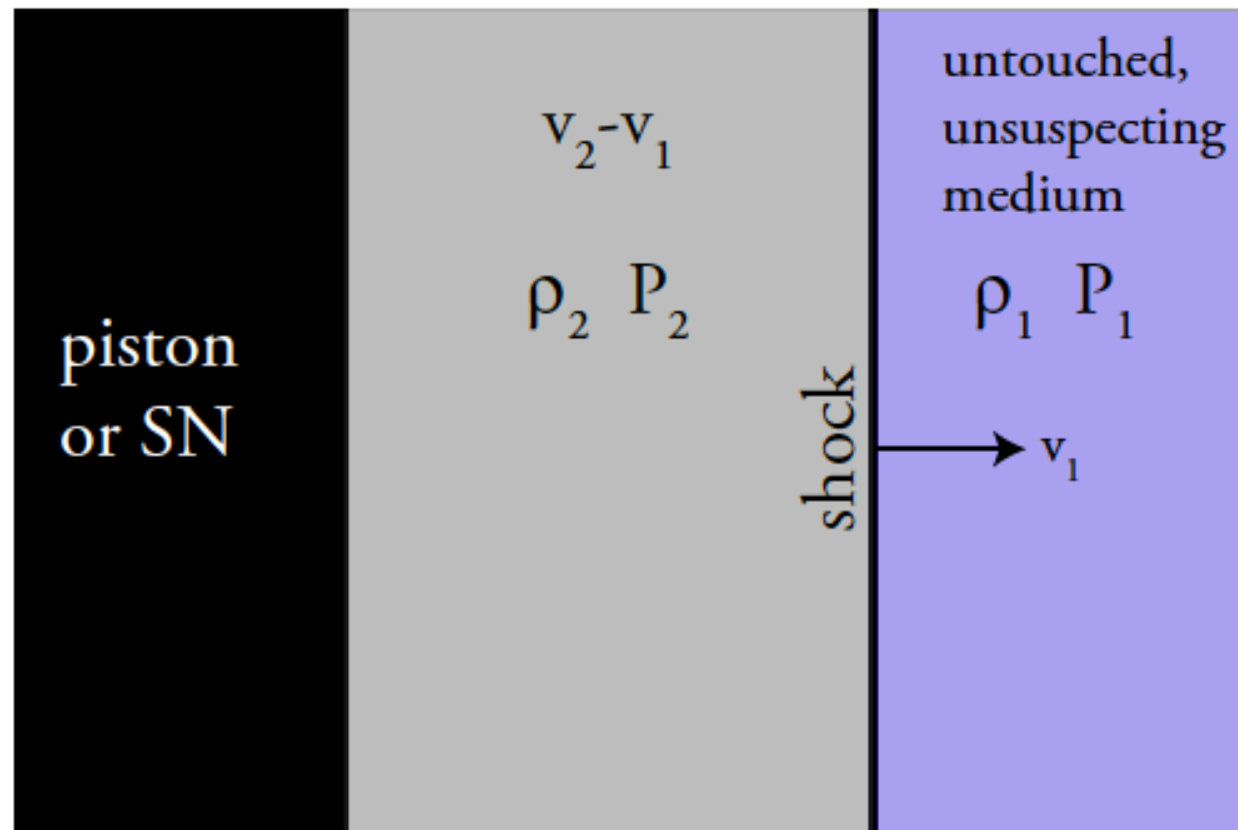
Quando il centro raggiunge densità di saturazione nucleare $\rho = 2.7 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$ è incompressibile.

La superficie sonica sul core incompressibile (40 km dal centro) è sorgente di un'onda d'urto che fa rimbalzare la materia che cade facendola ri-espandere alla velocità di 10000 km/s verso l'esterno.

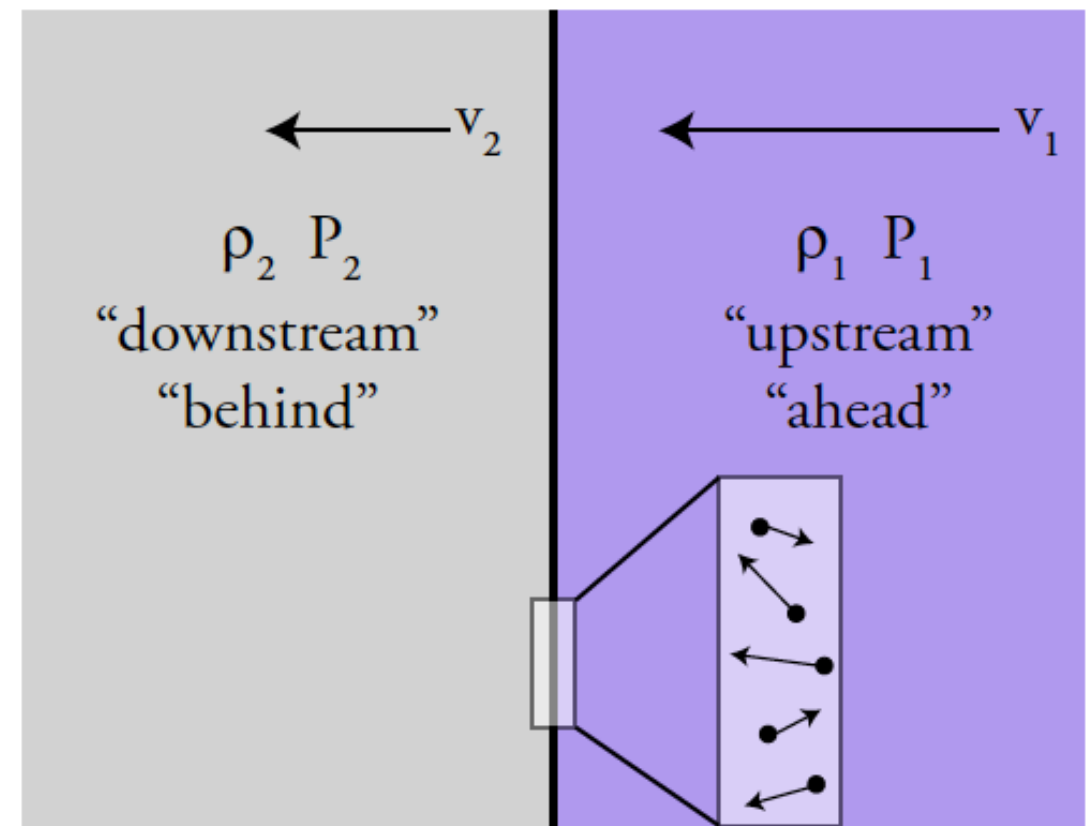
A circa 150 km l'onda d'urto perde energia e la materia ricadrebbe verso il centro se non venisse rivitalizzata dai neutrini emessi dalle zone caldissime centrali e riassorbiti dal mantello dell'onda d'urto più fredda.

Sistema di riferimento con shock wave a riposo

Sistema di riferimento SN



Sistema di riferimento shock



- Massa, momento ed energia si conservano al passaggio dello shock
- Nel sistema di riferimento dello shock la materia attraversata si allontana dallo shock, ma nel sistema di riferimento della SN la materia lo segue (cioè la massa viene espulsa)

Condizioni di Rankine-Hugoniot

- Mass conservation:

$$\rho_2 v_2 dA dt - \rho_1 v_1 dA dt = 0$$

$$1) \quad \boxed{\rho_2 v_2 = \rho_1 v_1}$$

- Momentum conservation: Quantità di moto = impulso della forza di compressione

$$(\rho_2 dA v_2 dt) v_2 - (\rho_1 dA v_1 dt) v_1 = P_1 dA dt - P_2 dA dt$$

$$2) \quad \boxed{P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2}$$

- Energy conservation: Energia cinetica + Energia interna + lavoro della forza di compressione

$$\left(\frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + U_2\right) dA v_2 dt - \left(\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + U_1\right) dA dt v_1 = P_1 A v_1 dt - P_2 dA v_2 dt$$

$$\left(\frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + U_2 + P_2\right) v_2 = \left(\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + U_1 + P_1\right) v_1$$

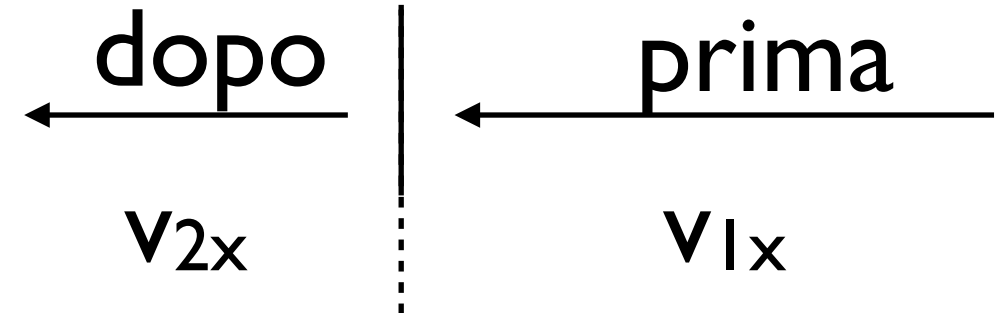
$$3) \quad \boxed{\left(\frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + \frac{\gamma P_2}{\gamma - 1}\right) v_2 = \left(\frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + \frac{\gamma P_1}{\gamma - 1}\right) v_1}$$

$U = \text{Energia interna}/V$

$P + U = \text{Entalpia}/V$

$$P + U = \frac{\gamma}{\gamma - 1} nkT = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P$$

area elementare = dA
tempo elementare = dt



Alterazione permanente shock wave

Velocità del suono $c_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = [\gamma RT/M]^{1/2}$

$$M_2^2 = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2\gamma M_1^2 - \gamma + 1}$$

Numero di Mach
 $M = v/c_s$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2}{\gamma + 1} - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$$

M_1 è il numero di Mach dello shock

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{[2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)][(\gamma - 1)M_1^2 + 2]}{(\gamma + 1)^2 M_1^2},$$

Se $\gamma = 5/3$ (gas monoatomico) e $M_1 \gg 1 \gg M_2 \sim 0.2$

$$\rho_2 \sim 4\rho_1$$

$$P_2 \sim P_1 M_1^2$$

$$T_2 \sim T_1 0.3 M_1^2$$

Densità si incrementa un po' ma pressione e temperatura aumentano di molto al passaggio dello shock (energia cinetica v_1 trasformata in calore T_2)

Nucleosintesi stellare da cattura neutronica $A > 60$

Dispense: 9.3 Nucleosintesi da cattura neutronica

9.3.1 Processi lenti (s)

9.3.2 Processi rapidi (r)

-)s-process (slow n capture): Asyntotic Giant Stars, presupernova



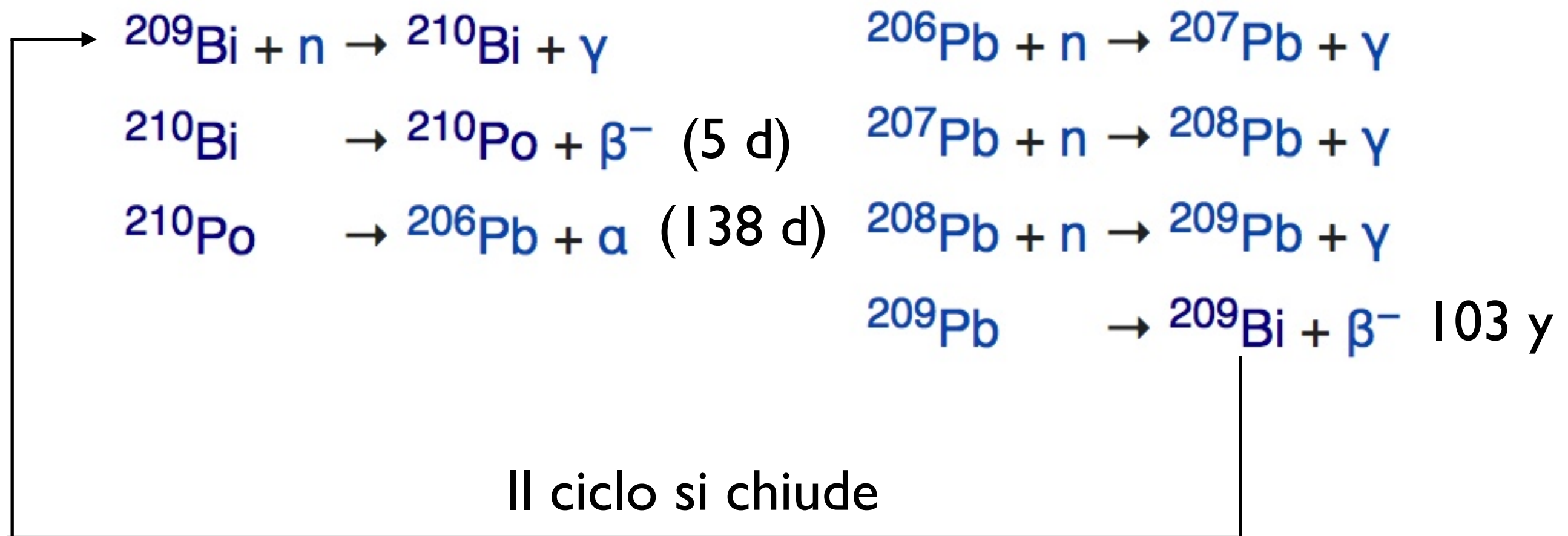
-)r-process (rapid n capture): supernova, collisioni tra stelle a neutroni



Nuclei ricchi di neutroni seguiti da decadimenti β^- multipli
superamento del gap di massa della valle di stabilità $A > 209$

-)rp-process (rapid p capture): 100 volte meno importanti per la barriera coul.

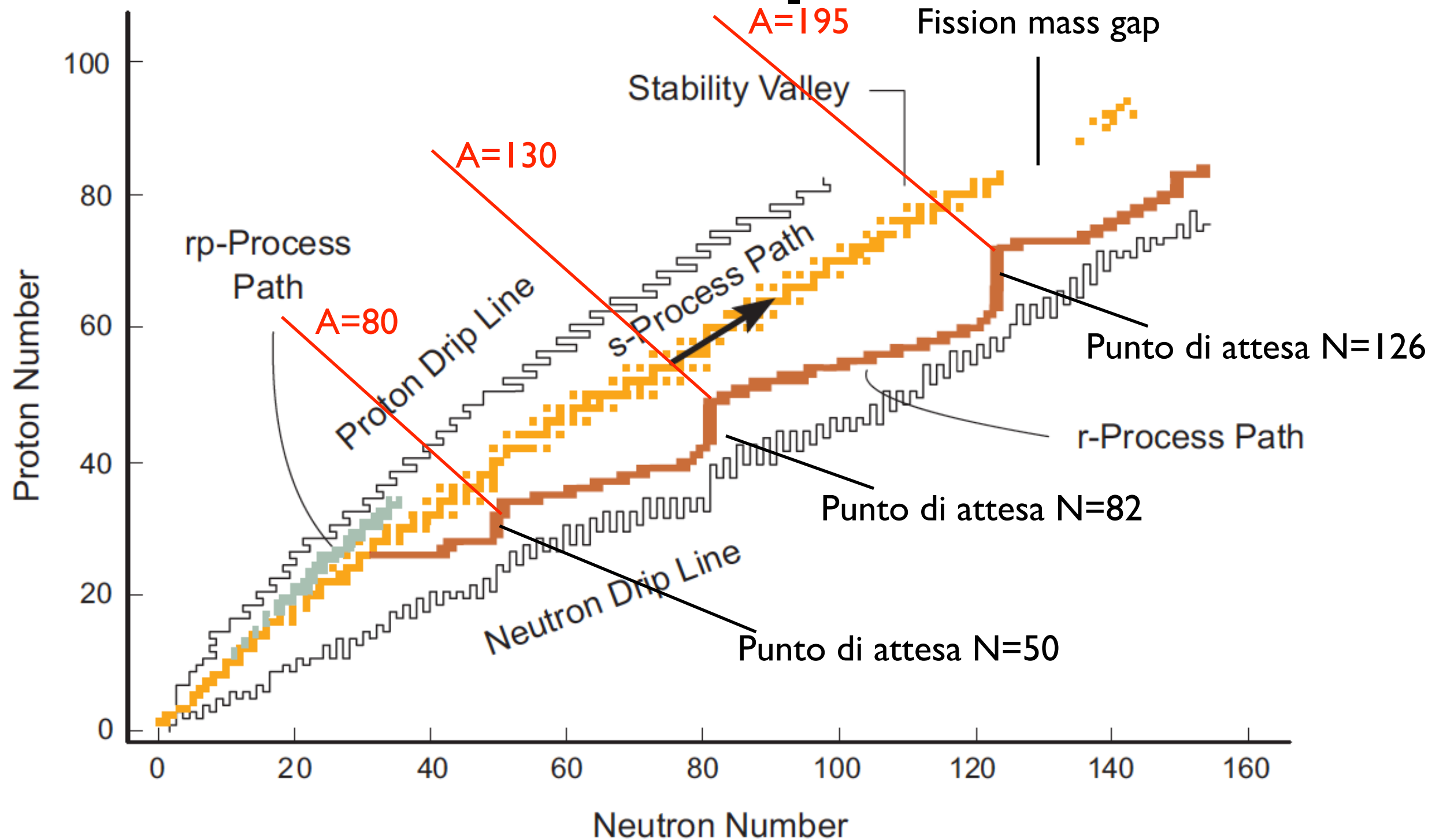
Stop nucleosintesi processi r al nucleo ^{209}Bi



^{211}Po decade alfa in 0.5 s in ^{207}Pb

Ecco perchè le dispense dicono che i decadimenti alfa bloccano la nucleosintesi al ^{209}Bi .

Processi rp, s, r



I processi s non riescono a produrre $X(Z, N)$ quando $X(Z, N-1)$ è instabile,
 I processi r non riescono a produrre $X(Z, N)$ quando $X(Z-i, N+i)$ è stabile.

Nucleosintesi dal big-bang

Dispense:

9.1 Nucleosintesi primordiale

Epoche dopo il Big-Bang

$$T \propto 1/\sqrt{t}$$

$$R \propto \sqrt{t}$$

- Era delle particelle: equilibrio dinamico particelle-antiparticelle
- Era della radiazione: tutti i positroni si sono annichilati con gli elettroni e rimangono: p, n, e⁻, ν_l , anti- ν_l e tantissimi γ ($N_\gamma \sim N_p \times 10^9$).

$$T=10^{10} \text{ K}, t=1 \text{ sec}, R=10^{14} \text{ m}$$

- Era delle interazioni nucleari: oltre a p si formano d, ³He, ⁴He (in misura molto minore ⁷Li, ⁷Be, ...) cioè NUCLEOSINTESI del BB

$$T=9 \cdot 10^8 \text{ K}, t=3\text{-}4 \text{ min}, R=1.5 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

- Epoca dominata dalla materia: si combinano e⁻ e nuclei per formare atomi e l'universo diventa trasparente

$$R \propto t^{2/3}$$

$$T=10^4 \text{ K}, t=3 \cdot 10^5 \text{ y}, R=10^8 \text{ light-years}$$

Freeze-out

Per $kT < 2M_x c^2$ le particelle si annichilano con le antiparticelle con un rate significativo fino al freeze-out quando la probabilità di collisione è bassissima.

Rate di espansione dell'universo $\Gamma \sim H^{-1}$

Tempo medio di interazione $\sim [n \langle \sigma v \rangle]^{-1}$

Freeze-out $\rightarrow \Gamma \gg n \langle \sigma v \rangle$

Disaccoppiamento dei neutrini

$T = 10^{10} \text{ K}, t = 1 \text{ sec}, kT = 1 \text{ MeV}$
Disaccoppiamento dei fotoni

$T = 10^4 \text{ K}, t = 3 \cdot 10^5 \text{ y}, R = 10^8 \text{ light-years}$
Disaccoppiamento della materia oscura?

Inizio era reazioni nucleari

$t=1s, T=10^{10} \text{ K}, E=10\text{MeV}:$

Disaccoppiamento neutrini, annichilazione elettroni-positroni,
rapporto neutroni/protoni=0.88

$t=3s, T=8 \times 10^9 \text{ K}, E=0.8\text{MeV}:$

rapporto neutroni/protoni=0.2 congelato perchè reazioni deboli di
cattura elettroni e positroni sotto soglia

$t=250s, T=9 \times 10^8 \text{ K}, E=0.09\text{MeV}:$

Foto-disintegrazione deuterio soppressa perchè fotoni con energia
superiore a quella di legame del deuterio (2.22MeV) è inferiore al
numero di neutroni $= 0.2 \cdot 10^{-9} N_\gamma$.

Stelle a neutroni

Dispense:

Introduzione capitolo 8 (TUTTO)

8.1 La crosta (TUTTO)

8.1.1 La crosta esterna (TUTTO)

8.1.1 La crosta interna (TUTTO)

8.2 Il core di materia neutronica (TUTTO)

8.3 Equazione di stato della materia neutronica

Introduzione (SI)

8.3.1 Interazione nucleone-nucleone (LEGGERE)

8.3.2 Interazione a tre corpi (LEGGERE)

8.3.3 Il problema a molticorpi (LEGGERE)

8.3.4 La materia neutronica β stabile (SI)

8.3.5 Masse delle stelle a neutroni (SI)

8.4 Il core esotico

8.4.1 Core iperonico (SI)

8.4.2 Stelle strane (SI)

EOS materia np

1. Interazione a due corpi necessita di 14-18 parametri per fittare 4000 misure sperimentali di ampiezze e fasi di onde parziali nello scattering nucleone-nucleone.
2. Interazione a tre corpi necessari per predire energia di legame del Trizio.
3. Tecniche di calcolo (teoria Brueckner e Correlated Basis Function) interazione molticorpi necessaria per calcolare gli stati legati di nuclei con $A > 12$.

Al momento non esiste nessun calcolo dell'EOS della materia nucleare simmetrica che, utilizzando l'interazione nucleone-nucleone microscopica, riesca a riprodurre il valore empirico del punto di saturazione. Questo è un problema aperto della fisica nucleare.

1. Punto di saturazione: $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ e $\epsilon_0 = -16.5 \pm 0.5 \text{ MeV}$.

2. Modulo di compressione: $K_0 \sim 220 \text{ MeV}$.

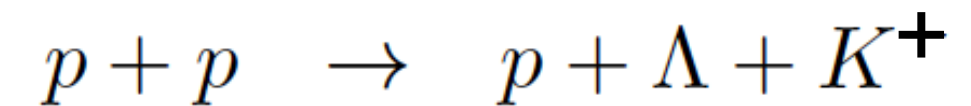
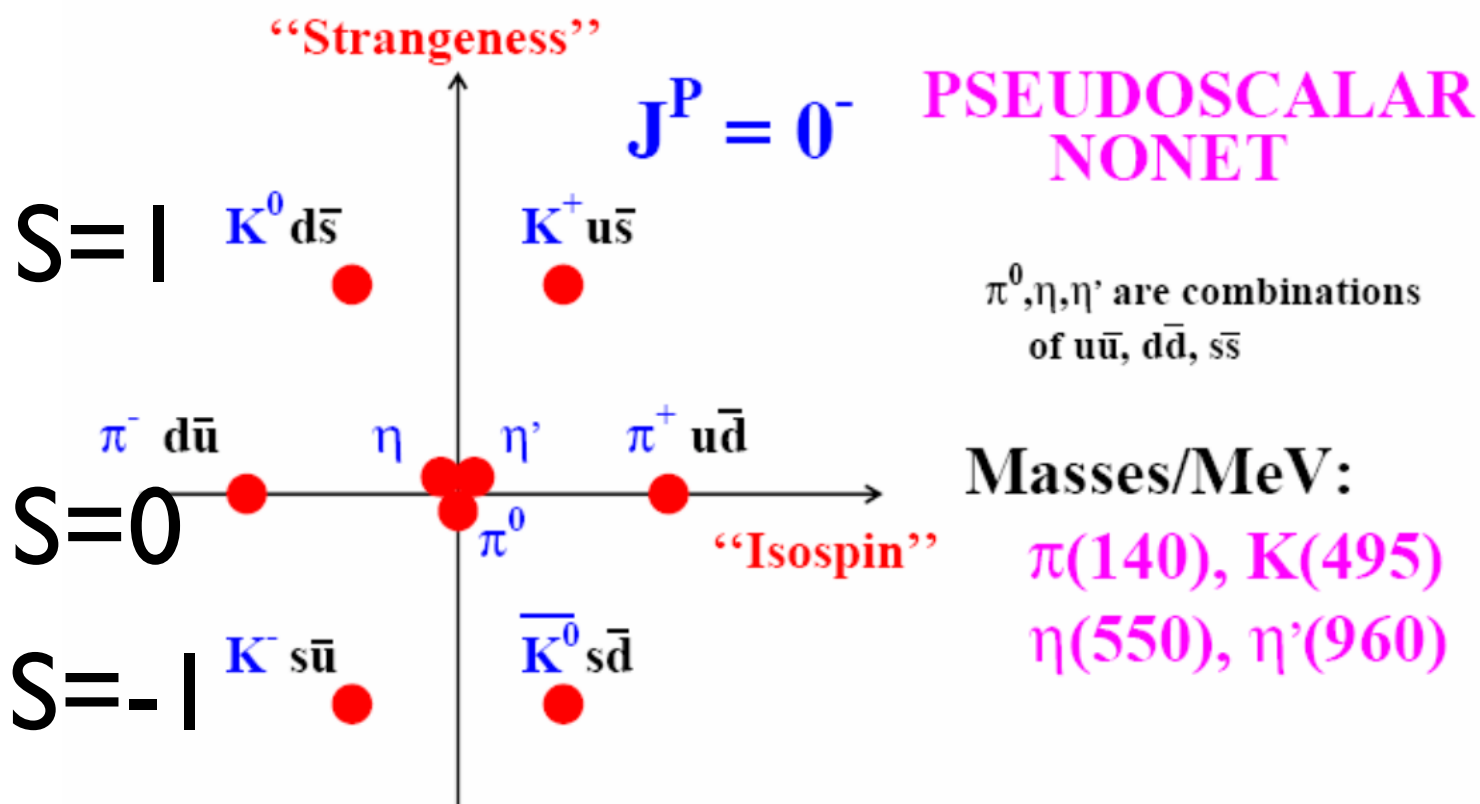
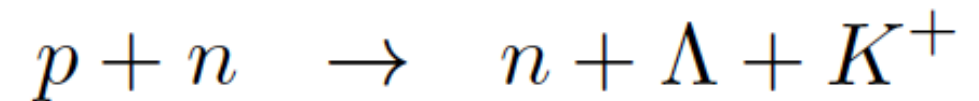
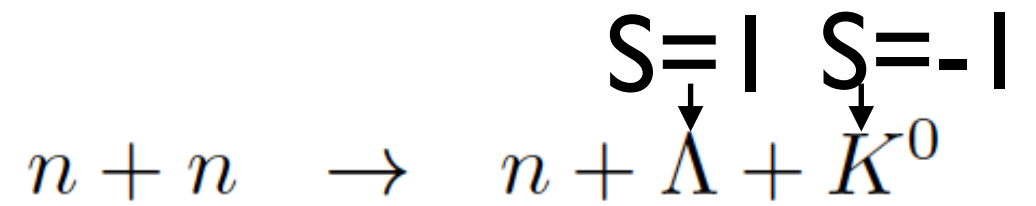
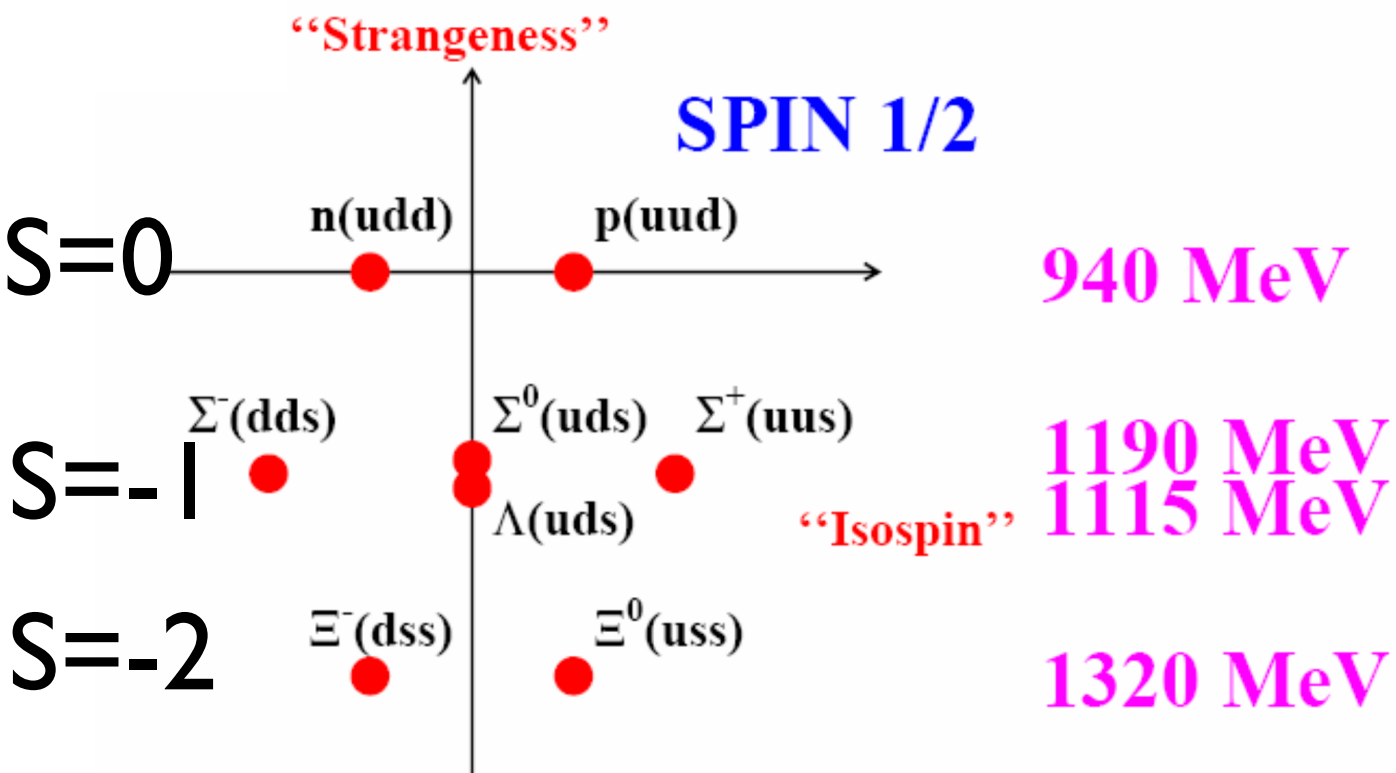
3. Energia di simmetria: $\epsilon_{\text{sym}} \sim 30 \text{ MeV}$.

$$n_n = n_p$$

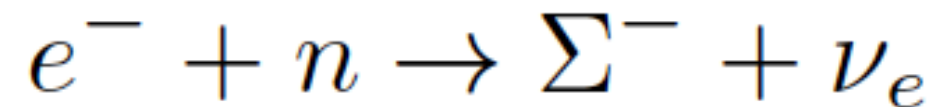
1. Beta stabilità (relazioni tra potenziali chimici) e neutralità elettrica fissa le frazioni relative tra i vari adroni e leptoni e quindi ...
2. la EOS materia nucleare asimmetrica da usare nell'equazione di TOV

Ottetto dei barioni e nonetto dei mesoni

Stranezza conservata dalla
forza nucleare forte



Stranezza violata dalla
forza nucleare debole



$e^- + u \rightarrow s + \nu_e$ soppresso 5%
rispetto ad $e^- + u \rightarrow d + \nu_e$)

Materia iperonica β stabile

Equilibrio chimico

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \rightarrow \mu_p = \mu_n - \mu_e = \mu_{\Sigma^+}$$

$$n + n \rightarrow n + \Lambda + K^0 \rightarrow \mu_n = \mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0} = \mu_{\Lambda}$$

$$e^- + n \rightarrow \Sigma^- + \nu_e \rightarrow \mu_n + \mu_e = \mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-}$$

$$e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \rightarrow \mu_\mu = \mu_e ,$$

Neutralità elettrica

$$n_p + n_{\Sigma^+} = n_e + n_\mu + n_{\Sigma^-} + n_{\Xi^-}$$

$np\Lambda\Sigma^-\Xi^-e^-\mu^-$ -matter
legata dalla Gravità

Materia strana: gocce di SQM

Equilibrio chimico

$$u + e^- \rightarrow d + \nu_e$$

$$u + e^- \rightarrow s + \nu_e$$

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$s + u \rightarrow d + u .$$

$$\rightarrow \mu_d = \mu_s = \mu_u + \mu_e$$

Neutralità elettrica $\frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_d - \frac{1}{3}n_s - n_e = 0$

MIT Bag Model EOS $P = 1/3(\rho c^2 - 4B)$

uds-matter
legata dalla EOS

$$P < 0 \quad \text{per } \rho c^2 < 4B$$

$$B^{1/4} = 145 \text{ MeV}$$

La CromoDinamica Quantistica (QCD)

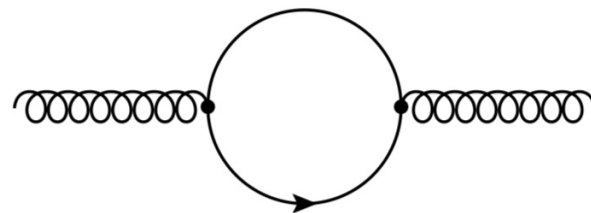
Gli adroni sono composti da quark legati tra loro attraverso lo scambio di gluoni, i portatori della forza fondamentale di colore.

Un quark (antiquark) possiede una delle tre cariche di colore: verde, rosso, blu (antiverde, antirosso, antiblu)

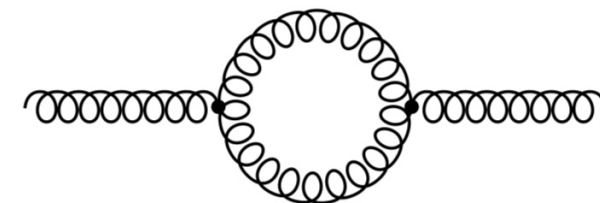
Un gluone possiede una delle otto coppie di carica di colore: rosso-antirosso, rosso-antiverde, rosso-antiblu, verde-antiverde, verde-antirosso, verde-antiblu, blu-antiblu, blu-antirosso.

Polarizzazione del vuoto

Screening come
in QED: $V \propto 1/r$



Anti screening dovuto alla
carica dei gluoni: $V \propto r$



Anti screening > screening $\rightarrow$ quark confinati
in mesoni (q-antiq) o in barioni (qqq)

EOS del MIT Bag Model

Densità di energia della
goccia di QSM (o adrone)

Densità di energia della Bag: espulsione
QCD-vacuum (effetto Meissner)

$$\rho c^2 = E/V = B + \hbar c / (4\pi^2) \sum_i k_i^4$$

Densità energia dei
quark relativistici = $3P$

Vuoto perturbativo
di QCD nella bag

Vuoto non-perturbativo
di QCD fuori dalla bag

$$E \propto aR^3 + b/R$$

La Bag
stringe

I quark
allargano

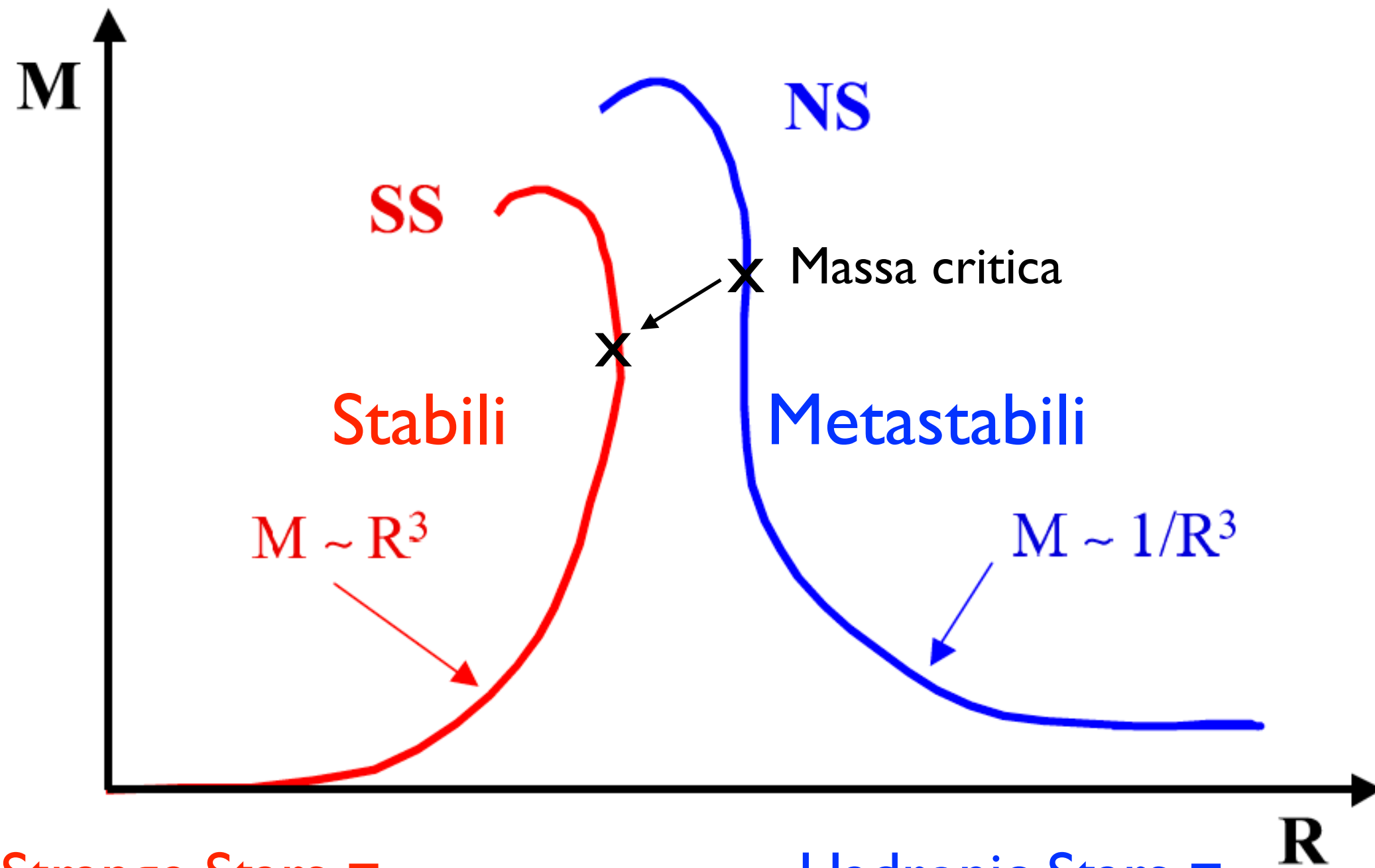
Una goccia di QSM (o un adrone) è un equilibrio tra effetto Meissner del vuoto di QCD e una gas di Fermi di carica di colore neutra (rosso+verde+blu = colore-anticolore = bianco)

$$p = -B + \hbar c / (12\pi^2) \sum_i k_i^4 = -B + E/(3V) - B/3 = 1/3(E/V - 4B)$$

Pressione
della Bag

Pressione dei
quark relativistici

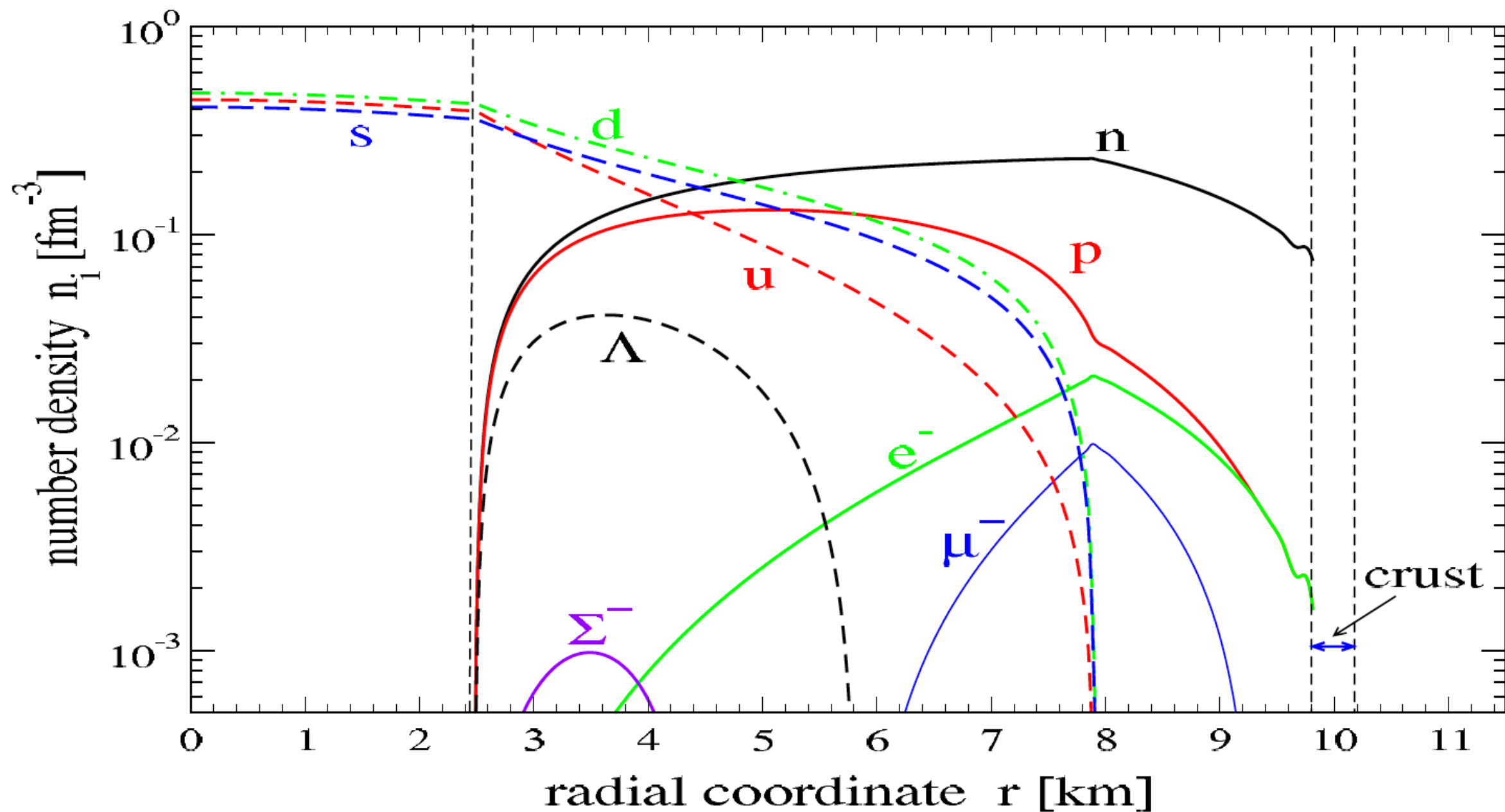
SN adroniche e strane



Strange Stars =
Hybrid Stars + Quark Stars

Hadronic Stars =
Neutron Stars + Hyperon Stars

Composizione di una SN ibrida



Massa stella a neutroni

TOV + Conservazione Massa + EOF

Fluido perfetto (viscosità tangenziale) + materia fredda ($T=0$)
+ materia catalizzata (n_B fissato ed energia minima per barione, stabilità rispetto forza forte e debole tra barioni e leptoni)

- 1) Gas di fermioni non interagenti $M_n \leq 0.7 M_\odot$
- 2) Materia neutronica np (A18 + punto di saturazione + tre corpi) $M_n \leq 2.2 M_\odot$
- 3) Materia con iperoni ed interazione nucleone-iperone $M_n \leq 1.5 M_\odot$
- 4) Materia con iperoni ed interazione nucleone-iperone e iperone-iperone $M_n \leq 1.32 M_\odot$
- 5) Materia di quark (MIT-Bag Model) $M_n \leq 1.75 - 1.95 M_\odot$